Materiál byl vytvořen v rámci projektu

Nové výzvy, nové příležitosti, nová škola

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

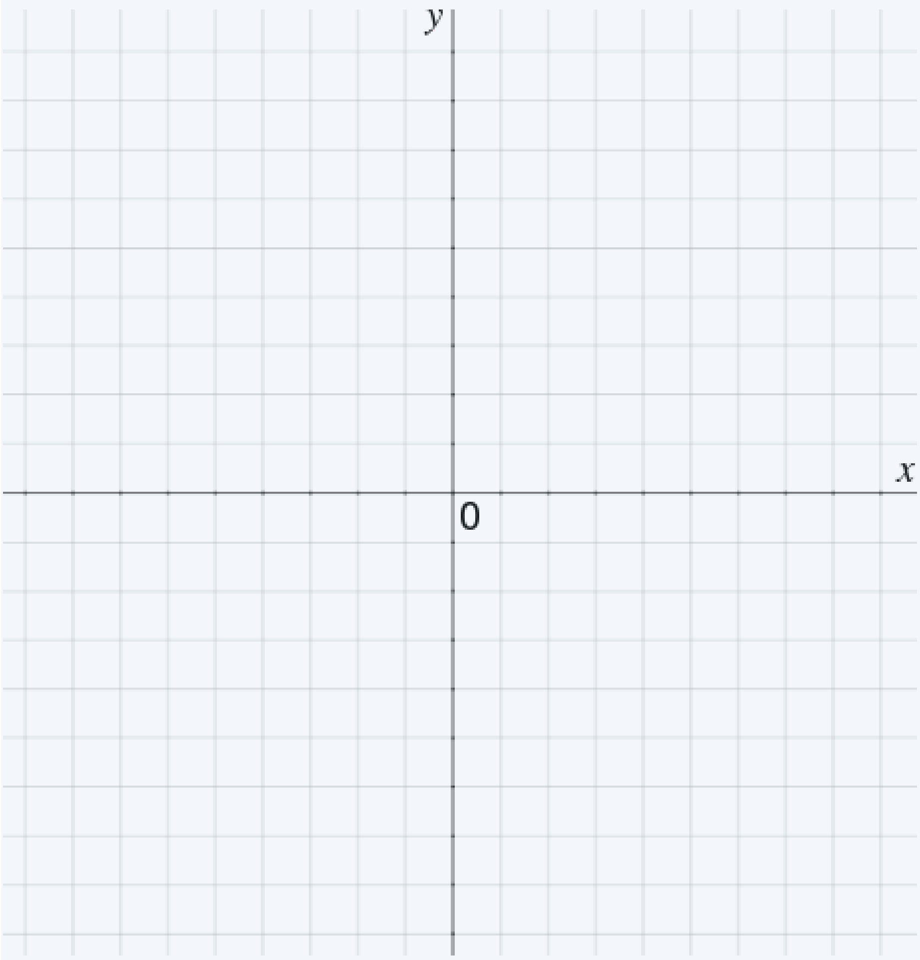
PARAMETRICKÉ VYJÁDŘENÍ PŘÍMKY

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
PrimMat Soukromá střední škola podnikatelská, s. r. o.
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PŘÍMKA A JEJÍ VYJÁDŘENÍ V ANALYTICKÉ GEOMETRII

V úvodu analytické geometrie jsme vysvětlili, že její hlavní snahou je popsat geometrické útvary (body, vektory, přímky, kružnice,...) pomocí čísel nebo proměnných. Jako prostředek k tomuto přechodu používáme soustavu souřadnic. Pak například zápis $A[2;1]$ určuje polohu bodu *A* vzhledem k bodu *O* a souřadnicovým osám. V následující kapitole nás čeká určení polohy přímky v soustavě souřadnic. Přímka se skládá z nekonečného počtu bodů, proto její vyjádření již bude muset obsahovat proměnné a nebudeme hovořit o souřadnicích přímky, ale o rovnici přímky.
S jednou z takovýchto rovnic jsme se již seznámili v prvním ročníku. Tehdy jsme přímku chápali jako graf lineární funkce.

Př.1 Sestrojte graf funkce $p: y=2x+1$.



Celou situaci je ale možné chápat také obráceně a říct, že $p: y=2x+1$ je rovnicí přímky v rovině. Princip použití proměnné ve vyjádření přímky přitom spočívá v tom, že za *x* dosazujeme postupně různá reálná čísla. Těm odpovídají v rovnici čísla *y*, která s příslušnými *x* určují souřadnice bodů. Takto získané body leží na přímce *p*. Kdybychom dosadili za *x* všechna reálná čísla, vzniklé body by vytvořily celou přímku *p*.

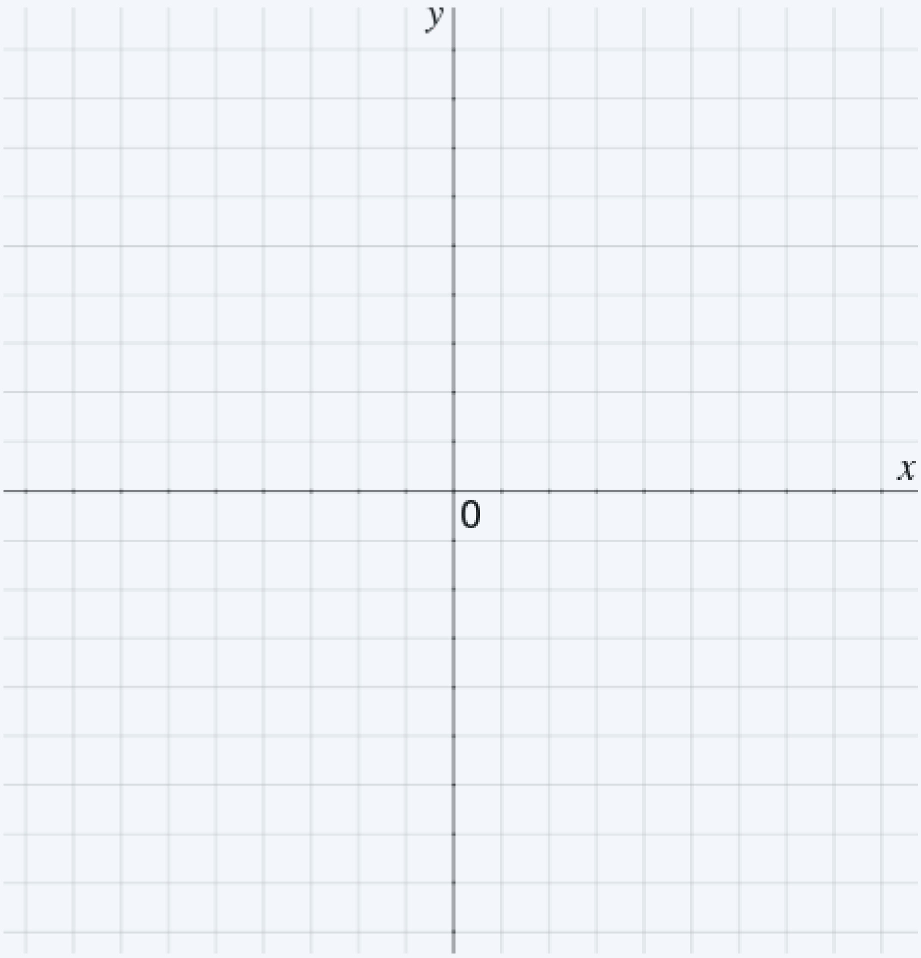
V analytické geometrii se setkáme se třemi způsoby vyjádření přímky:

a) parametrické vyjádření,
b) obecná rovnice,
c) směrnicový tvar rovnice přímky.

Parametrické vyjádření přímky

Chceme – li vyjádřit polohu přímky v soustavě souřadnic, je potřeba upřesnit její „směr“. K tomuto účelu můžeme použít vektor. Libovolný vektor $\vec{s}$ rovnoběžný s přímkou p nazýváme směrový vektor přímky. Na první pohled je ale zřejmé, že vektor sám o sobě k jednoznačnému určení polohy přímky nestačí (existuje řada přímek rovnoběžných s určitým vektorem). Aby bylo určení jednoznačné, postačí, abychom jako součást zadání uvedli ještě jeden bod, kterým přímka prochází.

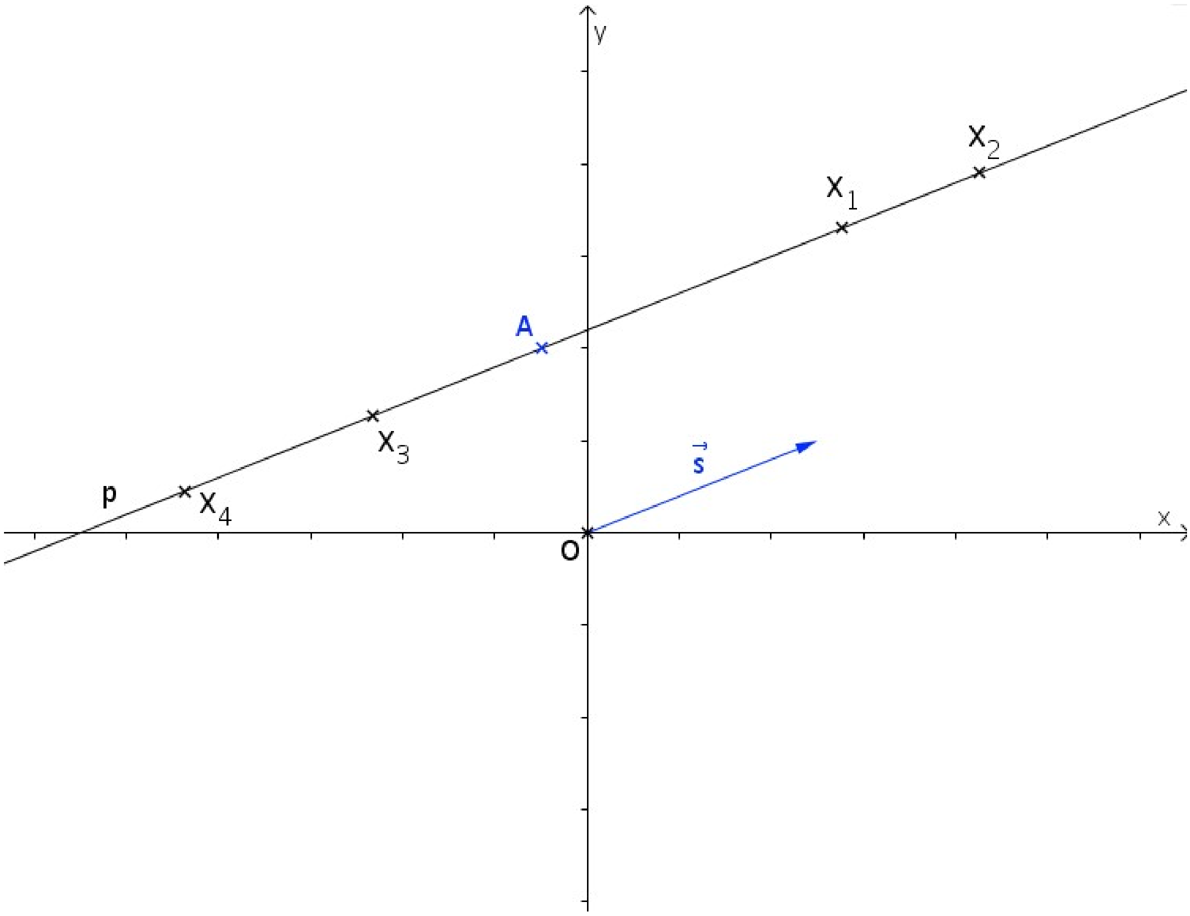
Př.2 Do připravené soustavy souřadnic zakreslete přímku p se směrovým vektorem $\vec{s}=(-٣;٥)$, která prochází bodem $A[6;2]$.



Z předchozího příkladu vidíme, že určení polohy přímky pomocí směrového vektoru a jednoho bodu je jednoznačné. Slovní zadání přímky je však pro většinu úkolů, které nás budou čekat, nepraktické. Pokusíme se tedy vyjádřit přímku pomocí rovnice. Bude se muset jednat o rovnici, která bude platit pro souřadnice libovolného bodu $X[x;y]$, který na přímce leží (a pro souřadnice bodů mimo přímku naopak platit nebude).

Na spodním obrázku je v soustavě souřadnic přímka p, zadaná směrovým vektorem $\vec{s}$ a bodem A. Na přímce je náhodně zvoleno několik bodů (X_1, X_2, X_3, X_4). Spolu s bodem A vytváří tyto body vektory. Bez ohledu na polohu bodu X můžeme říct, že vektor $\overrightarrow{AX}$ je

……………………………………………



Můžeme tedy psát: $$\overrightarrow{AX} = t\vec{s}$$

Chceme – li z dané rovnice vyjádřit bod X, použijeme na levé straně vztah pro výpočet souřadnic vektoru $\overrightarrow{AX}$.

$$= t\vec{s}$$

$$X =$$

Poslední rovnice platí pro libovolný bod přímky p a nazýváme ji parametrické vyjádření přímky p. Zpravidla tuto rovnici rozepisujeme pro jednotlivé souřadnic:

$$x = x_A + t\, s_x$$
$$y = y_A + t\, s_y ;\, t \in R$$

Danou rovnici můžeme použít i v prostoru, kde ji pouze rozšíříme o z – ovou souřadnici.

$$z = z_A + t\, s_z$$

Číslo *t* plní v těchto rovnicích funkci parametru. Znamená to, že dosazováním různých čísel za *t* budeme dostávat souřadnice různých bodů ležících na přímce *p*.

Př.3 Je dána přímka *p*: $x = 7 + 3t$

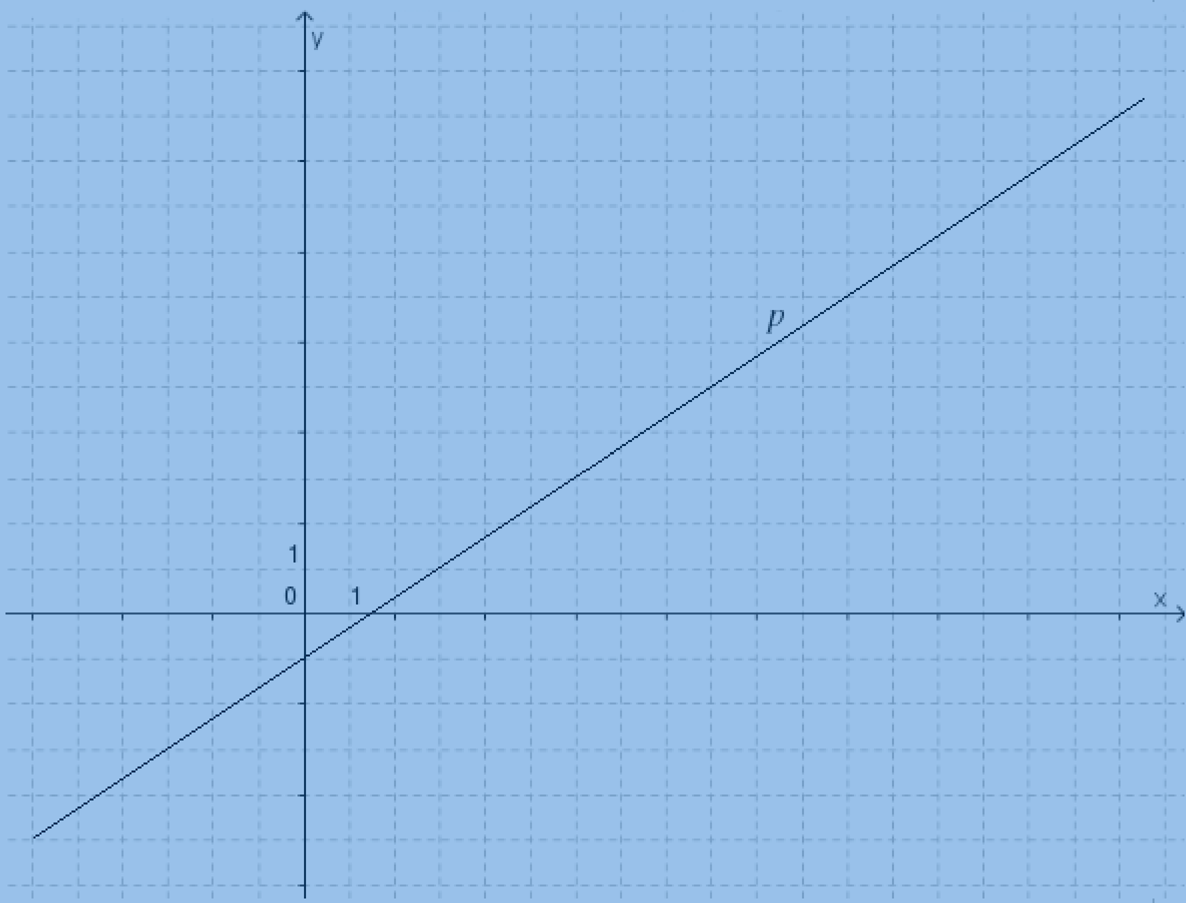
$y = 2 - 4t;\ t \in R$.

a) Určete její směrový vektor a souřadnice bodu *A*, kterým přímka prochází a který byl použit v jejím zadání.

b) Vypište souřadnice několika dalších bodů přímky *p*. Za parametr *t* dosazujte například čísla $0; 1; 2; -2; \frac{1}{2}$.

Všechny zjištěné údaje zakreslete do připravené soustavy souřadnic.

Př.4 Zapište parametrické vyjádření přímky p na obrázku.



Př.5 Rozhodněte, zda body $M[5;3]; N\left[-\frac{31}{2};0\right]$ leží na přímce

$$p:\quad \begin{aligned} x&=-5+3t \\ y&=7+2t;\ t\in R \end{aligned}\quad.$$

Z geometrického hlediska lze také přímku zadat pomocí dvou navzájem různých bodů, kterými přímka prochází. Jednou ze základních dovedností, které je potřeba zvládnout u každého způsobu zadání přímky, je zapsání rovnice přímky procházející dvěma body.

Př.6 Zapište parametrické vyjádření přímky procházející body $A[2;5]; B[-2;9]$.

Při řešení řady geometrických problémů budeme potřebovat vést určitým bodem s přímkou rovnoběžku, případně vést z určitého bodu k přímce kolmici. Zvládnutí těchto dovedností nám později umožní počítat vzdálenost bodu od přímky, určovat obsah rovinných obrazců apod.

Př.7 Bodem $K[3;-8]$ veďte přímku q rovnoběžnou s přímkou p: $x=٣-۴t$
$y=5t;t\in R$.

Př.8 Z bodu $L[٠;-١]$ veďte přímku q kolmo na přímku p: $x=3-2t$
$y=7+7t;t\in R$.