Materiál byl vytvořen v rámci projektu
Nové výzvy, nové příležitosti, nová škola

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

URČOVÁNÍ HODNOT GONIOMETRICKÝCH FUNKCÍ

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
PrimMat Soukromá střední škola podnikatelská, s. r. o.
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

URČOVÁNÍ HODNOT GONIOMETRICKÝCH FUNKCÍ

Pro obecný úhel jsme definovali goniometrické funkce na jednotkové kružnici. K základním dovednostem, které bychom si měli dále osvojit, je určování jejich konkrétních hodnot pro libovolný úhel. Zvládnutí této dovednosti nám otevře cestu k sestrojení jejich grafů, k řešení goniometrických rovnic, k řešení obecného trojúhelníku apod. Připomeňme si, že na začátku minulé kapitoly jsme si odvodili některé vztahy pro goniometrické funkce, které plynuly z jejich definice v pravoúhlém trojúhelníku. I při rozšíření definice goniometrických funkcí pomocí jednotkové kružnice zůstávají tyto vztahy v platnosti (s přihlédnutím k tomu, že ve jmenovateli zlomku nesmí být 0) a mohou nám pomoci při určování hodnot goniometrických funkcí, ale také v řadě jiných úloh. Přestože jejich odvození opravdu není obtížné, bude efektivnější si je pro jejich význam zapamatovat:

Pro každý úhel α platí:

G1 $$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

G2 $$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \text{pro} \quad \alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi;\ k\in Z$$

$$\operatorname{cotg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \text{pro} \quad \alpha\neq k\pi;\ k\in Z$$

G3 $$\frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha}=\operatorname{tg}\alpha \qquad \text{pro} \quad \alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2};\ k\in Z$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}=\operatorname{cotg}\alpha \qquad \text{pro} \quad \alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2};\ k\in Z$$

K samotnému určování hodnot goniometrických funkcí můžeme použít kalkulačku. Tento způsob však má své nevýhody. Prvním omezením je, že většina kalkulaček neobsahuje funkci kotangens. V takovém případě ji nahradíme funkcí tangens podle vztahu G3. Podstatnější nevýhodou ovšem je, že ve většině případů poskytuje kalkulačka pouze přibližný výsledek. Při vhodném zaokrouhlení drobná nepřesnost zpravidla není problémem.

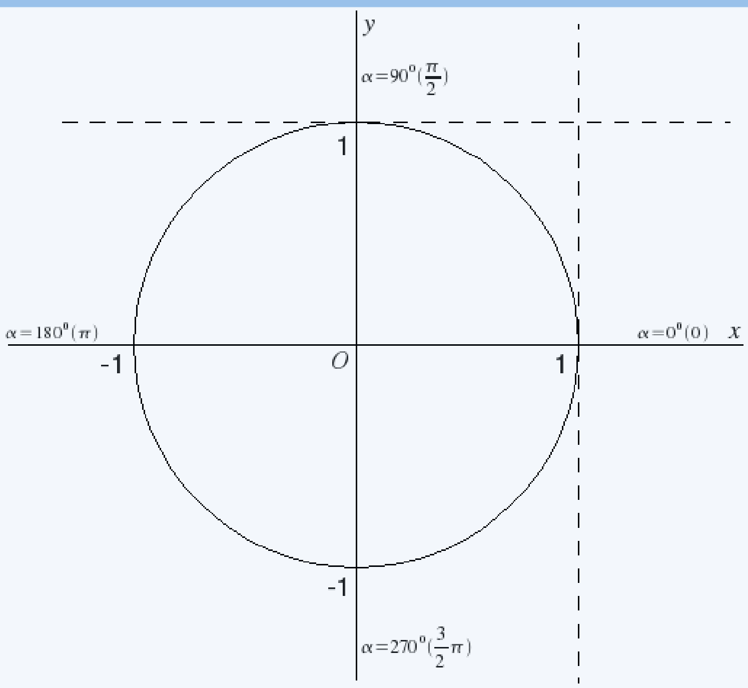
Př.1 Určete s přesností na tři desetinná místa $\operatorname{cotg}\frac{\pi}{5}$.

Pokud je to ale možné, je vhodné u některých důležitých úhlů umět hodnoty goniometrických funkcí určit přesně. Tyto vybrané úhly naleznete ve spodní tabulce:

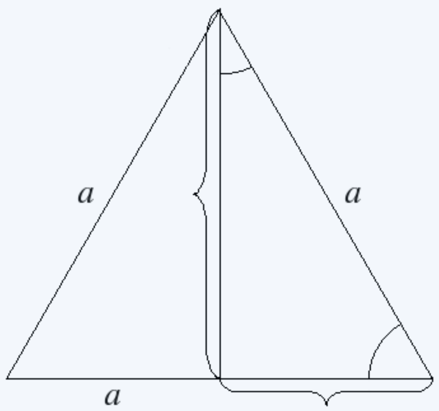
	$\alpha=0^0(0)$	$\alpha=30^0(\frac{\pi}{6})$	$\alpha=45^0(\frac{\pi}{4})$	$\alpha=60^0(\frac{\pi}{3})$	$\alpha=90^0(\frac{\pi}{2})$	$\alpha=180^0(\pi)$	$\alpha=270^0(\frac{3}{2}\pi)$
$\sin\alpha$							
$\cos\alpha$							
$\mathrm{tg}\,\alpha$							
$\mathrm{cotg}\,\alpha$							

Př.2 S využitím jednotkové kružnice, rovnostranného trojúhelníku a čtverce doplňte výše uvedenou tabulku.

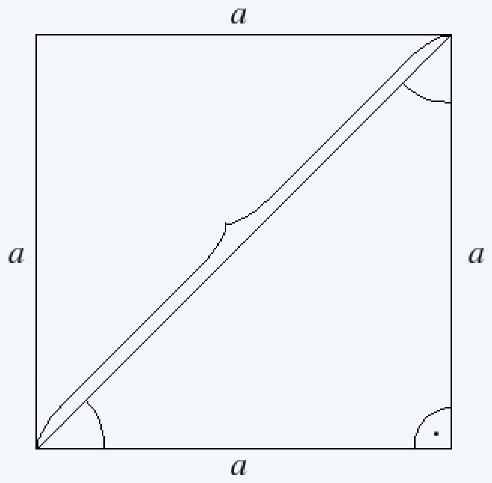
I



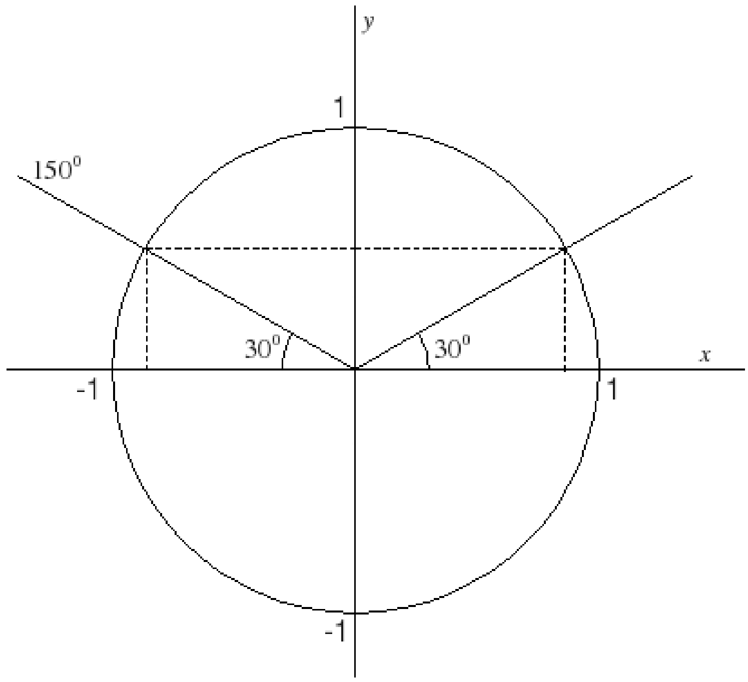
II



III



Budeme – li znát hodnoty v tabulce, nebude pro nás obtížné určit goniometrické funkce násobků úhlů, které jsou v ní uvedeny. Postačí nám k tomu základní orientace na jednotkové kružnici. Ukážeme si například, jak určíme $\sin 150^0$ resp. $\cos 150^0$. Načrtneme si uvedený úhel na jednotkovou kružnici. Koncové rameno v tomto případě skončí ve II. kvadrantu. Ze souměrnosti s osou *y* je ovšem patrné, že číselně budou obě hodnoty stejné jako $\sin 30^0$ resp. $\cos 30^0$.



Zatímco sinus obou úhlů je zcela stejný, kosinus se v tomto případě liší znaménkem. Proto můžeme psát:

$$\sin 150^0 =$$

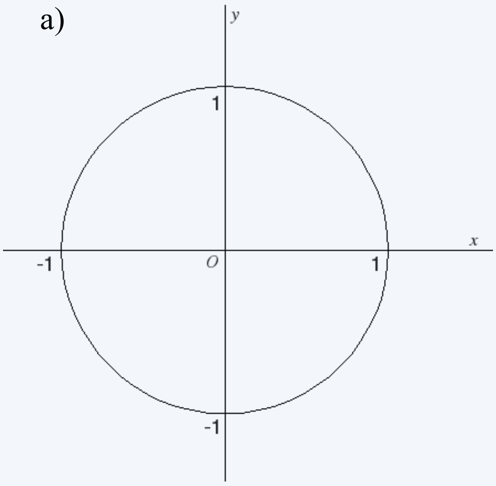
$$\cos 150^0 =$$

Př.3 Bez pomoci kalkulačky určete

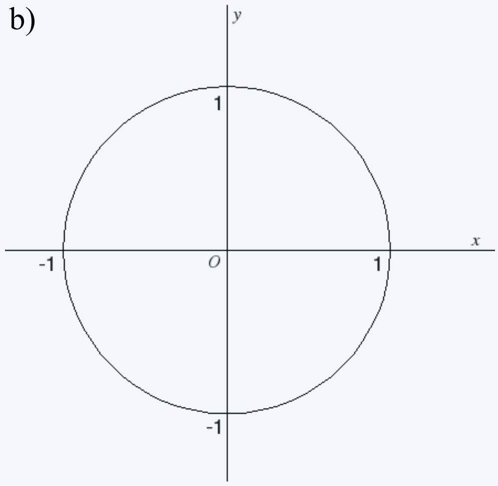
a) $\sin 240^0$ b) $\operatorname{tg}\frac{3}{4}\pi$ c) $\cos 1050^0$ d) $\operatorname{cotg} 4920^0$ e) $\sin\frac{7}{2}\pi$ f) $\cos\frac{25}{6}\pi$

g) $\operatorname{cotg} 3\pi$ h) $\operatorname{tg}(-30^0)$ ch) $\cos\left(-\frac{7}{4}\pi\right)$ i) $\operatorname{tg}\left(-\frac{19}{3}\pi\right)$

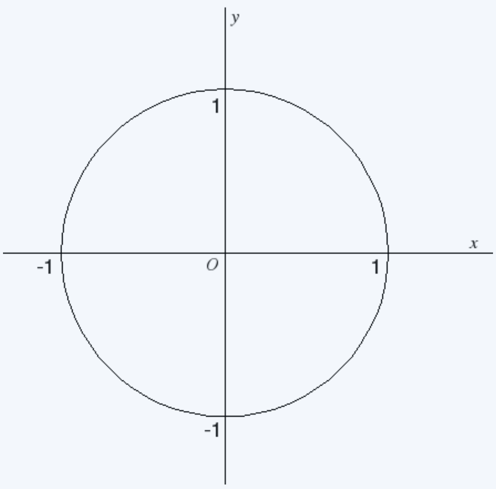
a)



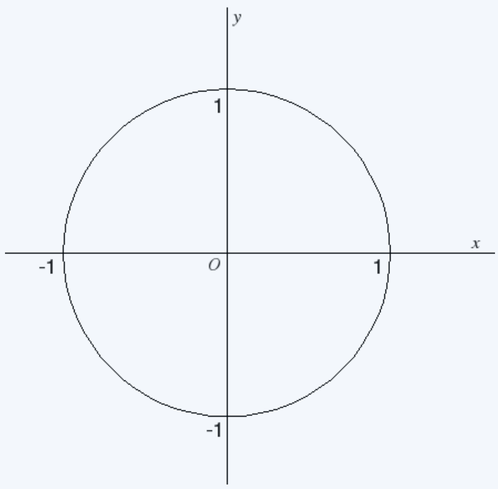
b)



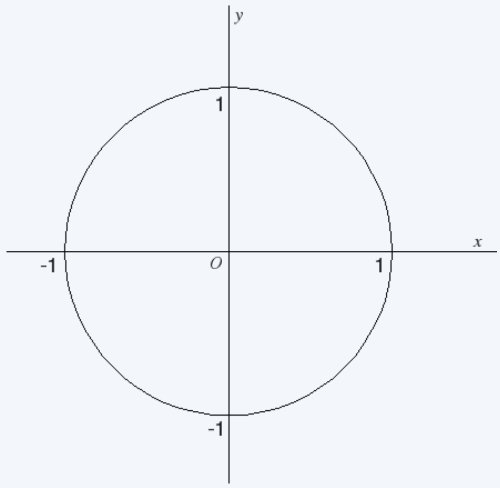
c)



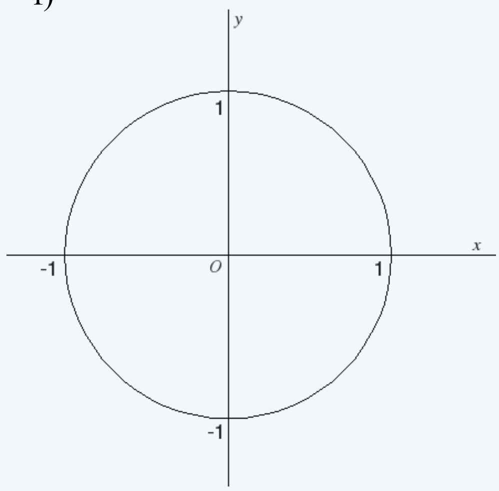
d)



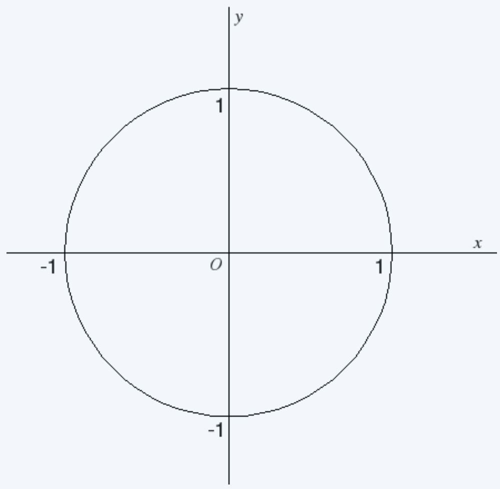
e)



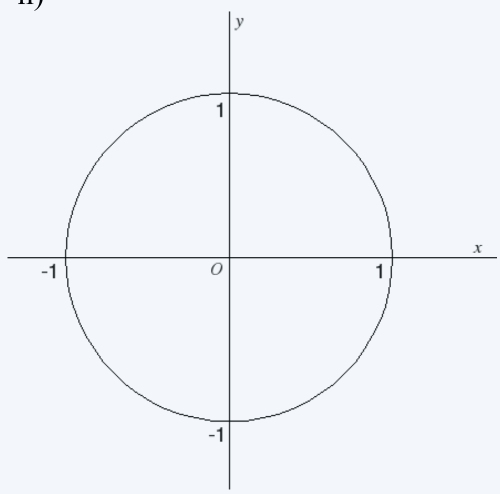
f)



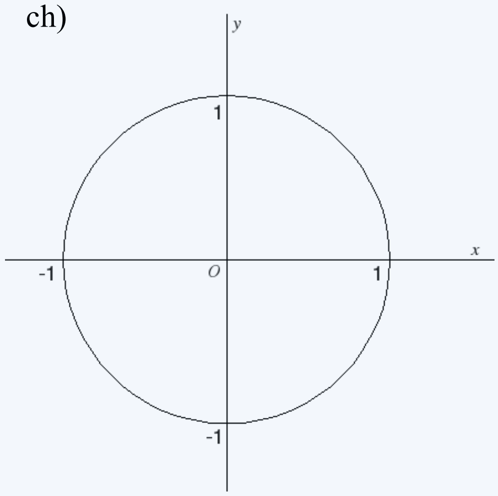
g)



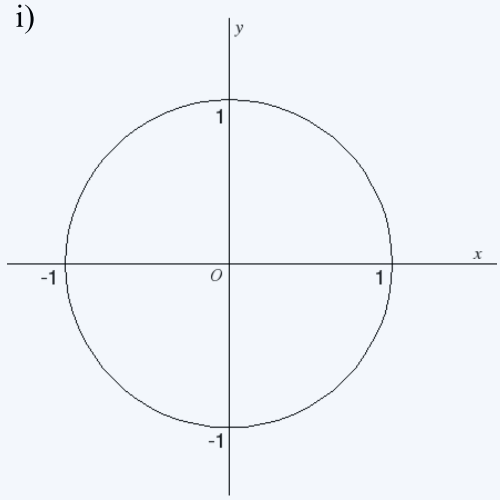
h)



ch)



i)



Hodnoty goniometrických funkcí tabulkových úhlů si můžete prohlédnout pomocí následující pomůcky, na které si zároveň vyzkoušíte, jak jste učivo zvládli. Na spodním obrázku pak zmíněné hodnoty najdete ve statické podobě.