Materiál byl vytvořen v rámci projektu
Nové výzvy, nové příležitosti, nová škola

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

VZTAHY PRO PRÁCI S GONIOMETRISKÝMI FUNKCEMI

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
PrimMat Soukromá střední škola podnikatelská, s. r. o.
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VZTAHY PRO PRÁCI S GONIOMETRICKÝMI FUNKCEMI

Součtové vzorce

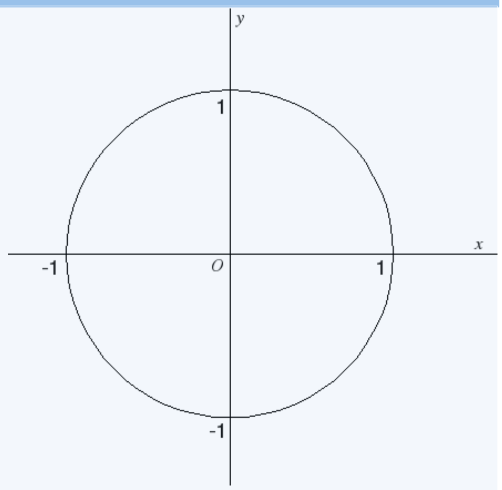
Vztahy G5 nám pomohou pouze v případě, že k agumentu sinu a kosinu přičítáme resp. odečítáme $\frac{\pi}{2}$. Při přičtení nebo odečtení jiné hodnoty můžeme využít tzv. součtové vzorce.

Pro každá čísla x, y (úhly x, y) platí:

G6
$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$
$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$
$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$
$$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

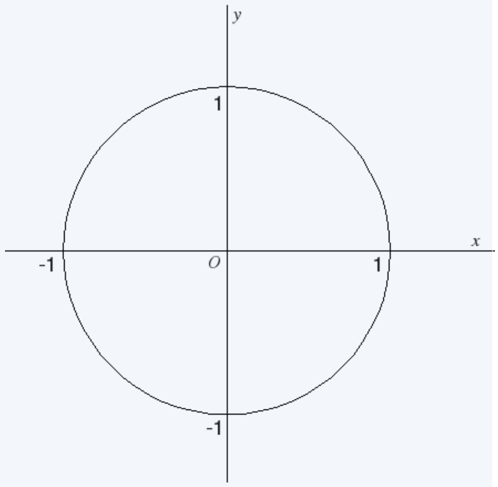
Jejich využití si ukážeme na následujících příkladech.

Př.1 Upravte $\sin(x+\pi)+\sin(x-\pi)=$



Př.2 Dokažte, že pro každé reálné číslo x platí $\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)$.

Př.3 Bez použití kalkulačky vypočtěte $\cos 15^0$.



Př.4 S využitím součtových vzorců dokažte G4 $\cos(-x)=\cos x$.

Př.5 S využitím součtových vzorců odvoďte vztahy G7 pro dvojnásobný argument funkcí sinus a kosinus:

Pro každé číslo x platí:

G7 $\sin 2x=$

$\cos 2x=$

Využití vztahů pro práci s goniometrickými funkcemi

Kromě námi uvedených vztahů G1 – G7 existuje pro práci s goniometrickými funkcemi řada dalších, které v případě potřeby můžete vyhledat v tabulkách. Dá se říct, že znalost G1 – G7 patří v učivu o goniometrických funkcích k důležitému základu. V tomto odstavci si ukážeme několik příkladů řešených s využitím těchto vztahů.

Př.5 Víte – li, že $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \ \alpha \in \left(\pi ; \frac{3}{2}\pi\right)$, určete hodnoty zbývajících goniometrických funkcí úhlu α a dále $\sin 2\alpha ; \cos 2\alpha$, aniž byste α vypočítali.

Př.6 Víte – li, že $|\mathrm{cotg}\,\alpha|=\frac{\sqrt{5}}{2}$; $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$, určete $\cos 2\alpha$.

Př.7 Vypočtěte bez pomoci kalkulačky

a) $\sin 15^0 \cos 15^0 =$ b) $\cos^4 75^0 - \sin^4 75^0 =$ c) $\left(\sin 105^0 + \cos 105^0\right)^2 =$

Př.8 Pro přípustné hodnoty x upravte

a) $(\sin x+\cos x)^2-\sin 2x=$

b) $\dfrac{2\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x}=$

Př.9 Dokažte, že pro přípustné hodnoty x platí

a) $\dfrac{\cos 2x}{\operatorname{cotg} x-1}=\dfrac{\sin 2x}{2}+\sin^2 x$

b) $\dfrac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}=\dfrac{\cos 2x}{1-\sin 2x}$